

Seria repetytoriów dla szkół średnich

MATEMATYKA

ARKUSZE **MATURALNE**

Przygotowanie do egzaminu



NASZ CEL:

MATURA

ZDANA NA 100%

Adam Konstantynowicz

MATEMATYKA

ARKUSZE MATURALNE

Przygotowanie do egzaminu

OLDSCHOOL

• STARA DOBRASZKOŁA •

Redakcja: **Alicja Berman**

Projekt okładki: **Teresa Chylińska-Kur, KurkaStudio**

Projekt makiety: **Kaja Mikoszevska**

Producent wydawniczy: **Marek Jannasz**

© Copyright by Wydawnictwo Lingo sp.j., Warszawa 2018

Serii OldSchool i Cel-matura szukaj też na:     

www.egzamin.guru

ISBN: 978-83-7892-626-9

ISBN wydania elektronicznego: 978-83-7892-632-0

Skład i łamanie: Kaja Mikoszevska



„**Matematyka. Arkusze maturalne**” to kolejna publikacja z serii renomowanych repetytoriów **OldSchool**. Przeznaczona jest dla maturzystów i uczniów szkół średnich. Stanowi idealną pomoc w przygotowaniach do egzaminu dojrzałości. Pozwala na przypomnienie sobie najważniejszych zagadnień i oswojenie się z różnymi rodzajami zadań.

Książka powstała w oparciu o „Informator o egzaminie maturalnym z matematyki” wydany przez Centralną Komisję Egzaminacyjną.

Treść podzielona została na dwie części. Część pierwsza to poradnik dla maturzystów. Znajdują się w nim ogólne informacje dotyczące egzaminu maturalnego, opis arkusza dla poziomu podstawowego, zasady punktacji oraz porady – jak się przygotować i z jakich pomocy można korzystać podczas rozwiązywania zadań. Część druga zawiera siedem przykładowych **arkuszy egzaminacyjnych** z rozwiązaniami do zadań otwartych.

Zachęcamy do zapoznania się z innymi naszymi publikacjami: „100 dni do matury. Polski, matematyka, angielski: porady i powtórki”, „Matematyka. Repetytorium maturzysty”, „Matematyka. Przegląd zadań maturalnych”, „Matematyka. Korepetycje maturzysty”, „Matematyka. Matura w kieszeni”. W połączeniu z przykładowymi arkuszami skutecznie pomogą w przygotowaniu do matury. Więcej informacji o książkach OldSchool można znaleźć na stronie: **www.egzamin.guru**.

Życzymy matury zdanej na 100%!

Autor i zespół OldSchool

SPIIS TREŚCI

Porady – jak zdać egzamin maturalny?	6
I. Wiadomości ogólne	6
II. Egzamin z matematyki	8
III. Porady	11
Arkusze egzaminacyjne	17
Arkusz 1.	18
Rozwiązania	28
Arkusz 2.	34
Rozwiązania	44
Arkusz 3.	50
Rozwiązania	60
Arkusz 4.	66
Rozwiązania	76
Arkusz 5.	82
Rozwiązania	92
Arkusz 6.	98
Rozwiązania	108
Arkusz 7.	112
Rozwiązania	122

PORADY – JAK ZDAĆ EGZAMIN MATURALNY?

I. Wiadomości ogólne

Egzamin maturalny pełni trzy zasadnicze funkcje:

1. Wyznacza poziom spełniania przez zdających wymagań programowych w zakresie przedmiotów, z których przystępowali do egzaminów.
2. Stanowi poświadczenie osiągnięcia przez zdającego wymaganego prawem poziomu wiadomości i umiejętności w zakresie języka polskiego, matematyki i wybranego języka obcego – w przypadku zdania wszystkich egzaminów obowiązkowych w części pisemnej (na poziomie podstawowym) oraz w części ustnej (bez określania poziomu).
3. Zastępuje egzamin wstępny do szkół wyższych, które wykorzystują wyniki egzaminu maturalnego z danego przedmiotu lub przedmiotów – przede wszystkim na poziomie rozszerzonym – jako kryteria w procesie rekrutacji.

Absolwent obowiązkowo przystępuje do:

a) czterech egzaminów w części pisemnej:

- egzamin z języka polskiego (na poziomie podstawowym),
- egzamin z matematyki (na poziomie podstawowym),
- egzamin z języka obcego nowożytnego (na poziomie podstawowym),
- egzamin z wybranego przedmiotu dodatkowego (na poziomie rozszerzonym)

b) dwóch egzaminów w części ustnej:

- egzamin z języka polskiego (bez określania poziomu),
- egzamin z języka obcego nowożytnego (bez określania poziomu)

Aby zdać egzamin maturalny, należy:

a) uzyskać co najmniej 30% punktów z egzaminu

z każdego przedmiotu obowiązkowego w części pisemnej,

b) uzyskać co najmniej 30% punktów z egzaminu

z każdego przedmiotu obowiązkowego w części ustnej,

c) przystąpić do egzaminu z wybranego przedmiotu dodatkowego na poziomie rozszerzonym w części pisemnej (dla tego przedmiotu nie jest określony próg zaliczenia).

II. Egzamin z matematyki

Egzamin maturalny z matematyki, jako przedmiotu obowiązkowego, jest zdawany na poziomie podstawowym. Jeśli matematyka została wybrana jako przedmiot dodatkowy, egzamin jest zdawany również na poziomie rozszerzonym.

Zadania egzaminacyjne z matematyki mogą na obu poziomach mieć formę zamkniętą lub otwartą.

Opis arkusza dla poziomu podstawowego

Arkusz egzaminacyjny składa się z trzech grup zadań.

I grupa zawiera zadania zamknięte. Dla każdego z tych zadań są podane cztery odpowiedzi, z których tylko jedna jest poprawna. Każde zadanie z tej grupy jest punktowane w skali 0 – 1. Zdający wskazuje właściwą odpowiedź, zaznaczając swoją decyzję na karcie odpowiedzi.

II grupa zawiera zadania otwarte krótkiej odpowiedzi. Zdający podaje krótkie uzasadnienie swojej odpowiedzi. Zadania z tej grupy punktowane są w skali 0 – 2.

III grupa zawiera zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi. Zadania te wymagają starannego zaplanowania strategii rozwiązania oraz przedstawienia sposobu rozumowania i są punktowane w skali 0 – 4, 0 – 5 albo 0 – 6.

Przyjęty system oceniania zadań otwartych, nazwany systemem holistycznym, polega na spojrzeniu całościowym na rozwiązanie. Polega on na tym, że ocena zależy przede wszystkim od tego, jak daleko zdający doprowadził swoje rozwiązanie. W zadaniach krótkiej odpowiedzi zdający otrzymuje 1 punkt za rozwiązanie, którego nie doprowadził do końca lub w którym popełnił pewne błędy; określone jest jednak pewne minimum, które w tym rozwiązaniu musi być dokonane, by ten jeden punkt przyznać.

W rozwiązaniach zadań rozszerzonej odpowiedzi zostaje wyróżniona najważniejsza faza, nazywana *pokonaniem zasadniczych trudności zadania*. Przyjęto zasadę, że za pokonanie zasadniczych trudności zadania przyznaje się co najmniej połowę punktów, jakie zdający otrzymałby za bezbłędne rozwiązanie tego zadania.

Tak więc w zadaniu za 4 punkty, za pokonanie zasadniczych trudności przyznajemy 2 lub 3 punkty (zależnie od zadania). W zadaniu za 5 punktów za pokonanie zasadniczych trudności zadania na ogół przyznajemy 3 punkty. W zadaniach za 6 punktów – na ogół 3 lub 4 punkty.

Egzamin maturalny z matematyki na poziomie podstawowym trwa 170 minut.

Arkusz egzaminacyjny zawiera około 34 zadań, z których pierwsze 25 są zadaniami zamkniętymi. Za zadania zamknięte możemy uzyskać 25 punktów.

Zaznaczone odpowiedzi na karcie odpowiedzi sprawdza czytnik optyczny.

Następne zadania są zadaniami otwartymi, czyli trzeba napisać rozwiązanie w wyznaczonym do tego celu miejscu. Liczba punktów za zadania otwarte wynosi 25, więc ilość zadań zależy od tego, ile punktów można uzyskać za poprawne, zgodne z kluczem, rozwiązanie danego zadania. Zadania otwarte sprawdza egzaminator.

Rozwiązania w brudnopisie nie będą sprawdzane!

Za poprawnie rozwiązane wszystkie zadania w arkuszu można uzyskać 50 punktów. Przeliczając na procenty, otrzymujemy 2% za każdy punkt. Próg 30% oznacza uzyskanie 15 punktów z poprawnego rozwiązania zadań zamkniętych lub otwartych.

Na maturę z matematyki można zabrać cyrkiel, linijkę i kalkulator prosty. Maturzysta otrzyma także zestaw wzorów matematycznych udostępnionych przez CKE.

Kalkulator prosty to kalkulator, który umożliwia wykonanie tylko najprostszych działań matematycznych: dodawania, odejmowania, mnożenia, dzielenia. Można też z jego pomocą obliczać procenty lub pierwiastki kwadratowe z liczb.

III. Porady

Podczas egzaminu można korzystać z zestawu wzorów matematycznych. Dobrze jest zapoznać się z nim wcześniej, aby na maturze wiedzieć, co zawiera i gdzie szukać potrzebnych informacji. Niestety nie wszystkie wzory są w nim ujęte, nie ma między innymi wzoru na przekątną kwadratu $d = a\sqrt{2}$ ani na przekątną sześcianu $d = a\sqrt{3}$, na pole i objętość czworościanu foremnego

$$P = a^2\sqrt{3}, \quad V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Odpowiedzi do zadań zamkniętych nie wymagają uzasadnienia. Jeżeli nie znamy odpowiedzi na dane zadanie, to zaznaczmy na „chybił trafił”, będziemy mieć 25% szansy, że trafimy – za nieudzielenie odpowiedzi i tak otrzymamy 0 punktów.

Strategia przygotowań i pisanie egzaminu jest dla każdego sprawą indywidualną, ale niezłym rozwiązaniem może być założenie trzech kroków:

1. Pamiętajcie, że gwarantujecie sobie pozytywny wynik egzaminu już na etapie rozwiązywania zadań zamkniętych (żeby zdać maturę, wystarczy poprawnie odpowiedzieć na 15 z nich – oczywiście im więcej, tym lepiej).
2. Następnie wytypujcie „pewniaki”, które zawsze (lub prawie zawsze) znajdują się w arkuszach, jak choćby nierówność (równanie) z trójkianem kwadratowym, ciągi czy zadanie z klasycznego rachunku prawdopodobieństwa – i systematycznie się do nich przygotowujecie.
3. Skupcie się na uzyskaniu jak największej liczby punktów z pozostałych zadań.

Zapisz te wzory, które potrzebujesz utrwalić:

Strona tytułowa arkusza 2017/2018 ze strony CKE:

CKE
CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje
prawnie chronione do momentu
rozpoczęcia egzaminu.

MMA
2017

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*miejsce
na naklejkę*

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI
POZIOM PODSTAWOWY**

DATA: **5 maja 2017 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **170 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania
kryteriów oceniania
- ☐ nieprzenoszenia
zaznaczeń na kartę
- ☐ dostosowania
w zw. z dyskalkulią

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1–34).
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) zaznacz na karcie odpowiedzi,
w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego
przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ● i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń
w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to
rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub
atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki,
a także z kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL
i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-P1_IP-172

Układ graficzny
© CKE 2015

NOWA FORMUŁA

MMA
2017

Karta odpowiedzi arkusza 2017/2018 ze strony CKE:

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

MMA-P1_1P-149

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

Miejsce na naklejkę
z nr. PESEL

Nr zad.	Odpowiedzi			
1	A	B	C	D
2	A	B	C	D
3	A	B	C	D
4	A	B	C	D
5	A	B	C	D
6	A	B	C	D
7	A	B	C	D
8	A	B	C	D
9	A	B	C	D
10	A	B	C	D
11	A	B	C	D
12	A	B	C	D
13	A	B	C	D
14	A	B	C	D
15	A	B	C	D
16	A	B	C	D
17	A	B	C	D
18	A	B	C	D
19	A	B	C	D
20	A	B	C	D
21	A	B	C	D
22	A	B	C	D
23	A	B	C	D
24	A	B	C	D

WYPEŁNIA EGZAMINATOR

Suma za zad. 2				5-33			
0	1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
8	9	10	11	12	13	14	15
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
16	17	18	19	20	21	22	23
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
24	25	26					
☐	☐	☐					

--	--	--

KOD ZDAJĄCEGO

--	--	--	--	--	--	--	--

KOD EGZAMINATORA

.....
Czytelny podpis egzaminatora

ARKUSZE EGZAMINACYJNE



Przed Tobą siedem arkuszy
egzaminacyjnych. Na rozwiązanie
każdego z nich masz po 170 minut.
Sprawdź się – i powodzenia!

Arkusz 1.

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

ZADANIE 1.

(1 PKT)

Liczba $3^{20} \cdot 27^{10}$ jest równa

A. 3^{33}

B. 3^{50}

C. 3^{260}

D. 3^{300}

ZADANIE 2.

(1 PKT)

Iloraz liczb 9 i $\sqrt{7} + 5$ wynosi

A. $\frac{5 + \sqrt{7}}{2}$

B. $9\sqrt{7} + 5$

C. $\frac{5 - \sqrt{7}}{2}$

D. $9\sqrt{7} - 5$

ZADANIE 3.

(1 PKT)

Przekształcając wyrażenie $3\log_4 2 - 2\log_4 \sqrt{2}$, otrzymamy

A. 1

B. 2

C. $\log_4 6$

D. $\log_4 (2 - \sqrt{2})$

ZADANIE 4.

(1 PKT)

Liczba przypadków nieuzasadnionego wezwania pogotowia ratunkowego we wrześniu wzrosła w stosunku do sierpnia tego roku o 75% i obecnie jest równa 931.

Ile nieuzasadnionych wezwań było w sierpniu?

A. 144

B. 255

C. 428

D. 532

ZADANIE 5.

[1 PKT]

Rozwiązaniem równania $\frac{x^2 - 9}{x + 3} = 0$ jest liczba:

- A. 3 lub -3 B. 3 i -3 C. tylko 3 D. tylko -3

ZADANIE 6.

[1 PKT]

Przybliżeniem z nadmiarem liczby x jest 6. Błąd bezwzględny tego przybliżenia jest równy 0,04. Liczba x to

- A. 6,04 B. 5,98 C. 6,02 D. 5,96

ZADANIE 7.

[1 PKT]

Suma pierwiastków równania $x(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1) = 0$ wynosi

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

ZADANIE 8.

[1 PKT]

W klasie jest trzy razy więcej chłopców niż dziewcząt. Ile procent wszystkich uczniów tej klasy stanowią dziewczęta?

- A. 25% B. 30% C. 35% D. 40%

ZADANIE 9.

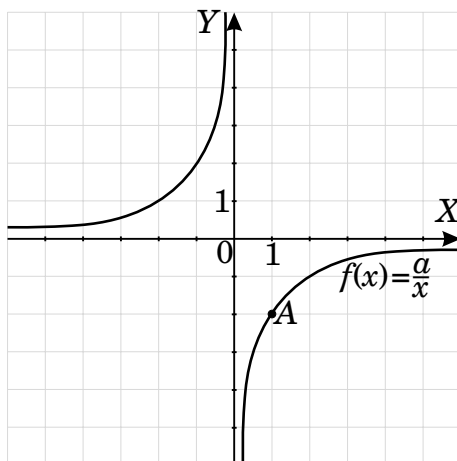
[1 PKT]

Wykres funkcji liniowej $f(x) = (\sqrt{2} - 1)x - 5$ przecina oś Y w punkcie o współrzędnej

- A. -5 B. $\sqrt{2} - 1$ C. $5\sqrt{2} + 5$ D. 5

ZADANIE 10.**[1 PKT]**

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{a}{x}$, $x \neq 0$. Punkt $A = (1, -2)$ należy do tego wykresu funkcji.



Współczynnik a jest równy

A. 1**B. 2****C. 3****D. -2****ZADANIE 11.****[1 PKT]**

Proste $k: -3x + 7y - 2 = 0$ i $l: y = ax - 3$ są prostopadłe.

Wtedy

A. $a = \frac{3}{7}$ **B. $a = -\frac{3}{7}$** **C. $a = \frac{7}{3}$** **D. $a = -\frac{7}{3}$** **ZADANIE 12.****[1 PKT]**

Liczby $x - 1$; 7 ; $x + 3$ tworzą ciąg arytmetyczny dla

A. $x = 3$ **B. $x = 6$** **C. $x = 5$** **D. $x = 4$**

ZADANIE 13.

[1 PKT]

W rosnącym ciągu geometrycznym wyraz $a_3 = \frac{2}{3}$, a wyraz $a_5 = \frac{3}{2}$.

Wtedy

A. $q = \frac{9}{4}$

B. $q = \frac{4}{9}$

C. $q = \frac{2}{3}$

D. $q = \frac{3}{2}$

ZADANIE 14.

[1 PKT]

Dziedzina funkcji określonej wzorem $f(x) = \sqrt{2x+5} - \sqrt{5-2x}$ jest zbiór

A. $\langle -2, 5; 2, 5 \rangle$

B. R

C. $R \setminus \{2, 5\}$

D. $(-\infty; -2, 5) \cup (2, 5; +\infty)$

ZADANIE 15.

[1 PKT]

Miara kąta wewnętrznego dwunastokąta foremnego wynosi

A. 30°

B. 60°

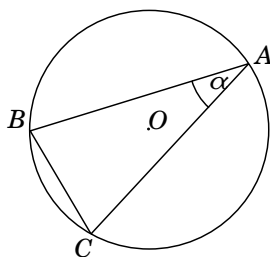
C. 150°

D. 180°

ZADANIE 16.

[1 PKT]

Na okręgu o środku w punkcie O leżą punkty A, B, C (rysunek). Odcinek BC jest równy promieniowi okręgu. Zaznaczony na rysunku kąt ma miarę



A. 10°

B. 30°

C. 50°

D. 60°

ZADANIE 17.**(1 PKT)**

Drzewo rzuca cień długości 7,5 m. W tym samym czasie człowiek o wysokości 180 cm rzuca cień długości 3 m.

Zatem wysokość drzewa wynosi

- A. 3 m B. 3,5 m C. 4 m D. 4,5 m

ZADANIE 18.**(1 PKT)**

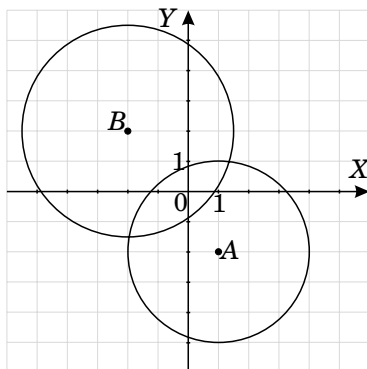
Kąt α jest kątem ostrym i $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

Wtedy $\sin^2 \alpha + 2\operatorname{tg}^2 \alpha$ wynosi

- A. $\frac{55}{18}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{9}$ C. $\frac{25}{9}$ D. $\frac{5}{9} + \frac{\sqrt{5}}{2}$

ZADANIE 19.**(1 PKT)**

Odległość między środkami okręgów wynosi



- A. 5 B. $\sqrt{10}$ C. 7 D. $\sqrt{14}$

ZADANIE 20.**(1 PKT)**

Objętość sześcianu, którego suma długości krawędzi wynosi 60 jest równa

- A. 180 B. 150 C. 125 D. 105

ZADANIE 21.

[1 PKT]

Trójkąt o bokach długości 3, 4, 5 obraca się raz wokół krótszej, a raz wokół dłuższej przyprostokątnej.

Różnica objętości otrzymanych stożków jest równa

A. 3π

B. 4π

C. 5π

D. 6π

ZADANIE 22.

[1 PKT]

Długość naszyjnika składającego się z identycznych pereł, o objętości

$\frac{1}{6}\pi \text{ cm}^3$ każda, wynosi 37 cm. Zatem zawiera on

A. 25 pereł

B. 28 pereł

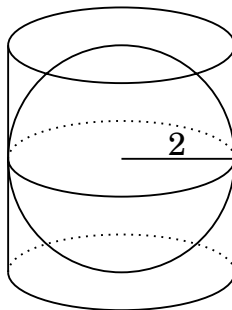
C. 35 pereł

D. 37 pereł

ZADANIE 23.

[1 PKT]

W walec wpisano kulę jak na rysunku.



Różnica objętości walca i kuli wynosi

A. $\frac{16\pi}{3}$

B. $\frac{8\pi}{3}$

C. $\frac{8\pi}{9}$

D. $\frac{16\pi}{9}$

ZADANIE 24.

[1 PKT]

Średnia arytmetyczna zestawu danych 1, 5, 3, 12, 4, 11, 7, 9, 10, x

wynosi 6,7. Zatem mediana tego zestawu jest równa

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

ZADANIA OTWARTE**ZADANIE 26.****[2 PKT]**

Rozwiąż nierówność $x^2 \geq x + 12$.

ZADANIE 27.**[2 PKT]**

Wykaż, że suma trzech kolejnych liczb nieparzystych jest równa potrojonej środkowej z nich.

ZADANIE 28.**[2 PKT]**

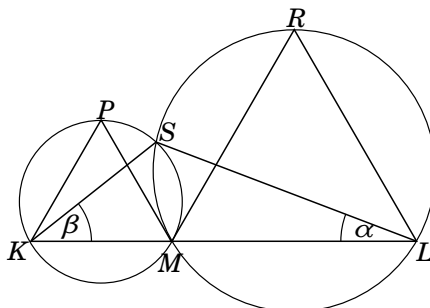
W rosnącym ciągu arytmetycznym wyraz czwarty jest równy 14, a wyraz jedenasty 49. Oblicz dziewięćdziesiąty dziewiąty wyraz tego ciągu.

ZADANIE 29.**[2 PKT]**

Wykaż, że jeżeli α jest kątem ostrym i $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{2}{5}$,
to $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0,42$.

ZADANIE 30.**[2 PKT]**

Oblicz promień okręgu opisanego na trójkącie o bokach długości $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{21}$.

ZADANIE 31.**[3 PKT]**

Na odcinku KL obrano punkt M , a następnie zbudowano trójkąty równoboczne KMP i MLR jak na rysunku. Okręgi opisane na tych trójkątach przecinają się w punktach M i S . Oblicz sumę miar kątów α i β .

ZADANIE 32.**[3 PKT]**

Rzucamy dwukrotnie sześcienną kostką do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo, że za pierwszym razem wyrzucimy liczbę oczek o dwa większą lub o dwa mniejszą niż za drugim?

ZADANIE 33.**[4 PKT]**

Dany jest trójkąt o wierzchołkach $A = (-2, 31)$, $B = (4, 43)$, $C = (2, 34)$. Punkt D jest punktem przecięcia wysokości opuszczonej z wierzchołka C z prostą AB . Oblicz współrzędne punktu D .

ZADANIE 34.**[5 PKT]**

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° , a promień okręgu wpisanego w podstawę wynosi $\sqrt{3}$.

Oblicz pole powierzchni i objętość tego ostrosłupa.

Notatki:

Rozwiązania

Zadania zamknięte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
B	C	A	D	C	D	C	A	A	D	D	B	D	A	C

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	A	A	C	B	D	A	D	C

Zadania otwarte

Zadanie 26.

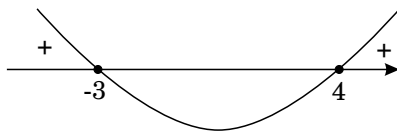
$$x^2 \geq x + 12$$

$$x^2 - x - 12 \geq 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49$$

$$x_1 = \frac{1-7}{2} = -3$$

$$x_2 = \frac{1+7}{2} = 4$$



$$x \in (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$$

Zadanie 27.

Niech

$a = 2n + 1$ – pierwsza liczba nieparzysta

$b = 2n + 3$ – następna liczba nieparzysta

$c = 2n + 5$ – kolejna liczba nieparzysta

$$2n + 1 + 2n + 3 + 2n + 5 = 6n + 9 = 3(2n + 3) = 3b$$

Zadanie 28.

$$a_4 = 14$$

$$a_{11} = 49$$

Korzystając z wzoru na wyraz ogólny ciągu arytmetycznego, zapisujemy:

$$\begin{cases} a_4 = a_1 + 3r \\ a_{11} = a_1 + 10r \end{cases}$$

Wstawiamy wartości $a_4 = 14$ oraz $a_{11} = 49$, rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} 14 = a_1 + 3r \quad | \cdot (-1) \\ 49 = a_1 + 10r \end{cases} \quad \begin{cases} -14 = -a_1 - 3r \\ 49 = a_1 + 10r \end{cases}$$

Dodając stronami, otrzymujemy $r = 5$.

Wstawiając do pierwszego z równań, obliczamy $a_1 = -1$

Wyznaczamy wzór ogólny ciągu:

$$a_n = -1 + (n - 1) \cdot 5 = 5n - 6$$

Obliczamy wyraz dziewięćdziesiąty dziewięć:

$$a_{99} = 5 \cdot 99 - 6 = 489$$

Zadanie 29.

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{2}{5}$$

Ponieważ α jest kątem ostrym, możemy podnieść obie strony równania do kwadratu:

$$(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \quad \sin^2 \alpha - 2\sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{4}{25}$$

$$1 - 2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{4}{25} \quad -2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{4}{25} - 1$$

$$-2\sin \alpha \cos \alpha = -\frac{21}{25}$$

Dzielimy obie strony przez -2 i otrzymujemy:

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{21}{50} = 0,42$$

Zadanie 30.

Sprawdzamy, czy trójkąt jest prostokątny, stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa:

$$(\sqrt{21})^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{11})^2$$

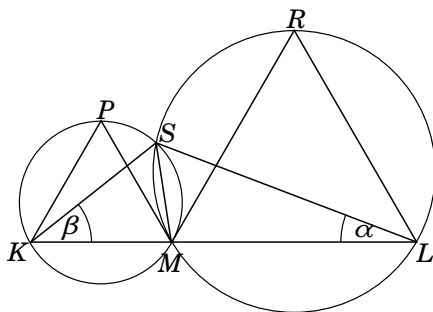
$$21 = 10 + 11$$

$$21 = 21$$

Trójkąt jest prostokątny, zatem promień okręgu opisanego jest równy połowie długości przeciwprostokątnej, czyli $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Zadanie 31.

Rysujemy odcinek SM .



Kąt wpisany KSM jest oparty na tym samym łuku co kąt wpisany KPM , więc ma miarę 60° .

Kąt wpisany MSL jest oparty na tym samym łuku co kąt wpisany MRL , więc ma miarę 60° .

Zatem kąt KSL ma miarę 120° .

W trójkącie KLS zachodzi związek:

$$\alpha + \beta + |\sphericalangle KSL| = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta + 120^\circ = 180^\circ \quad \text{zatem}$$

$$\alpha + \beta = 60^\circ$$

Zadanie 32.

Rzucając dwa razy sześcienną kostką do gry, możemy otrzymać 36 wyników, czyli:

$$|\Omega| = 36$$

Zbiór wyników sprzyjających zajściu zdarzenia A jest następujący:

$A = \{13, 24, 31, 35, 42, 46, 53, 64\}$, czyli

$$|A| = 8$$

$$\text{Zatem } P(A) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

Zadanie 33.

Wyznaczamy równanie prostej AB:

$$(y - 31)(4 + 2) - (43 - 31)(x + 2) = 0$$

$$y = 2x + 35$$

Prosta prostopadła do boku AB przechodząca przez punkt C ma równanie

$$y = -\frac{1}{2}x + b \qquad 34 = -\frac{1}{2} \cdot 2 + b \qquad b = 35$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 35$$

Punkt D leży na przecięciu się tych prostych prostopadłych, więc rozwiązujemy układ równań:

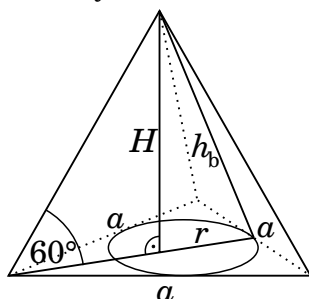
$$\begin{cases} y = 2x + 35 \\ y = -\frac{1}{2}x + 35 \end{cases}$$

$$\text{Otrzymujemy } \begin{cases} x = 0 \\ y = 35 \end{cases}$$

Punkt D ma współrzędne (0, 35).

Zadanie 34.

Wykonujemy rysunek pomocniczy:



Promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny jest równy jednej trzeciej wysokości tego trójkąta, zatem:

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6} \qquad \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \qquad a = 6$$

Obliczamy pole podstawy:

$$P_p = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \qquad P_p = \frac{36\sqrt{3}}{4} \qquad P_p = 9\sqrt{3}$$

Obliczamy wysokość ostrosłupa:

$$\frac{H}{2r} = \operatorname{tg} 60^\circ \qquad \frac{H}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3} \qquad H = 6$$

Obliczamy objętość ostrosłupa:

$$V = \frac{1}{3} P_p \cdot H \qquad V = \frac{1}{3} \cdot 9\sqrt{3} \cdot 6 \qquad V = 18\sqrt{3}$$

Obliczamy wysokość ściany bocznej:

$$h_b^2 = H^2 + r^2 \qquad h_b^2 = 36 + 3 \qquad h_b = \sqrt{39}$$

Obliczamy pole powierzchni bocznej:

$$P_b = 3 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_b \qquad P_b = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{39} \qquad P_b = 9\sqrt{39}$$

Obliczamy pole powierzchni całkowitej ostrosłupa:

$$P_c = P_p + P_b \qquad P_c = 9\sqrt{3} + 9\sqrt{39} \qquad P_c = 9(\sqrt{3} + \sqrt{39})$$

Objętość ostrosłupa wynosi $V = 18\sqrt{3}$, a pole powierzchni $P_c = 9(\sqrt{3} + \sqrt{39})$.

Notatki:

